

基于 A* 与三阶贝塞尔曲线的融合改进路径规划算法

赵卫东, 周大昌

(安徽工业大学 电气与信息工程学院, 安徽 马鞍山 243032)

摘要: 针对 A* 算法在路径规划中易穿越障碍物且存在拐点路径的问题, 提出一种基于 A* 与三阶 Bezier 曲线的融合改进路径规划算法。在传统 A* 算法的基础上, 通过向量平行原理删除路径上的冗余点, 提升路径搜索效率; 改进传统八邻域搜索, 使算法在搜索路径时跳过临近障碍物的待扩展点, 降低路径穿越障碍的可能性; 引入三阶 Bezier 曲线, 优化改进算法规划的路径拐点; 在 C++ 编程环境下, 进行 2 种不同障碍率的地图环境仿真实验, 验证改进算法的有效性。结果表明: 改进 A* 算法在保留原算法搜索效率的基础上, 可有效提高路径避障的能力; 引入的三阶 Bezier 曲线可使改进算法规划的路径更平滑、更符合机器人实际运动规划。

关键词: A* 算法; 改进八邻域搜索; 三阶 Bezier 曲线; 路径规划

中图分类号: TP 242 **文献标志码:** A **doi:** 10.12415/j.issn.1671-7872.22259



An Improved Path Planning Algorithm Based on the Fusion of A* and Third-order Bessel Curves

ZHAO Weidong, ZHOU Dachang

(School of Electrical & Information Engineering, Anhui University of Technology, Maanshan 243032, China)

Abstract: Aiming at the problem that A* algorithm is easy to pass through obstacles and has inflection points in path planning, an improved path planning algorithm based on the fusion of A* and third-order Bezier curve was proposed. On the basis of the traditional A* algorithm, the redundant points on the path were deleted by the principle of vector parallelism to improve the path search efficiency. The traditional eight-neighbor search was improved to make the algorithm skip the points to be expanded near the obstacles when searching the path, and reduce the possibility of the path passing through the obstacles. The third-order Bezier curve was introduced to optimize the inflection point of the path planned by the improved algorithm. In the C++ programming environment, two map environment simulation experiments with different obstacle rates were carried out to verify the effectiveness of the improved algorithm. The results show that the improved A* algorithm can effectively improve the ability of path obstacle avoidance while preserving the search efficiency of the original algorithm. The third-order Bezier curve introduced can make the path planned by the improved algorithm smoother and more in line with actual motion of the robot.

Keywords: A* algorithm; improved eight-neighborhood search; third-order Bezier curve; path planning

路径规划是车辆无人驾驶的重要组成部分, 主要作用是在存在障碍物的环境下, 根据设定的起始和终止目标信息, 准确快速生成一条无碰撞且易跟随的路径。常用的路径规划算法主要有 Dijkstra 算法、A* 算法、

收稿日期: 2022-10-18

基金项目: 安徽省自然科学基金项目 (2108085MF225)

作者简介: 赵卫东 (1976—), 男, 安徽阜阳人, 副教授, 主要研究方向为图像处理、机器人等。

引文格式: 赵卫东, 周大昌. 基于 A* 与三阶贝塞尔曲线的融合改进路径规划算法 [J]. 安徽工业大学学报 (自然科学版), 2023, 40(3):333-338.

随机采样 (rapidly-exploring random trees, RRT) 算法、RRT*和蚁群算法等。Dijkstra 算法作为贪心算法可产生路径最优解,但遍历次数多、占用内存大、运行时间长^[1]; A*算法目前使用较广泛,通过对启发式函数的引用,极大地平衡运行速度和路径最优解之间的关系,但易陷入局部最优解的状态^[2]; 蚁群算法作为仿生算法,通过模拟蚂蚁寻找食物的过程添加信息素寻找路径,可找到全局最优解,但收敛速度慢^[3]; RRT 算法在空间搜索中有较好的表现,但在狭窄路段易找不到解^[4]。

针对 A*算法的局限性,学者们提出了不同的改进方法。Ju 等^[5]设计新型的距离计算方式以找到全局最短路径;王中玉等^[6]通过改变计算方式与函数权重以缩短算法寻路时间、降低冗余节点数量;陈万通等^[7]通过限制扩展邻域、预设算法搜索方向为扇形来提高遍历节点效率;Yu 等^[8]通过扩展原先的八邻域为 20 邻域并设计安全距离,使规划出的路径更平滑;辛煜等^[9]将传统 A*算法的可搜索邻域数从 8 扩展至无限个,使算法可沿任意方向进行搜索,求解出的全局路径长度短,且大大降低了路径拐点的个数;Zhang 等^[10]通过改进 A*算法进行定向搜索来消除对称搜索路径,从而减少全局遍历节点数。相对于传统 A*算法,改进 A*算法的搜索效率高,但规划的路径易接近障碍物,穿越障碍的可能性较大且路径拐点较多、平滑性差^[11]。鉴于此,提出一种融合改进 A*与三阶 Bezier 曲线的路径规划算法,以期改善机器人规划路径的冗余性、尖锐性,提高机器人路径规划的效率。

1 路径规划算法的融合改进

1.1 A*算法的改进

1.1.1 路径优化

针对 A*算法存储的路径节点数过多导致路径搜索效率降低的问题^[12],提出删除共线冗余节点的优化策略。删除共线冗余节点原理如图 1,在规划点 A 到点 B 的路径上,冗余节点较多以共线的状态存在^[1]。因此判断查找存在直线上的冗余点并删除就可完成路径搜索优化任务。假设 A*算法规划的最终路径为 $\{S_k|k=0, 1, 2, 3, \dots, m\}$,从起点 S_0 开始遍历 A*算法路径,取其后面相邻的 3 个点 S_1, S_2, S_3 为判断的基础,以向量平行的原理为依据,采取连续判断删除的方法,如式 (1)~(4),式中 $S_{k,x}, S_{k,y}$ 分别表示路径点的 x, y 坐标。

$$S_{1,x} - S_{0,x} = S_{2,x} - S_{1,x} \quad (1)$$

$$S_{1,y} - S_{0,y} = S_{2,y} - S_{1,y} \quad (2)$$

$$S_{2,x} - S_{1,x} = S_{3,x} - S_{2,x} \quad (3)$$

$$S_{2,y} - S_{1,y} = S_{3,y} - S_{2,y} \quad (4)$$

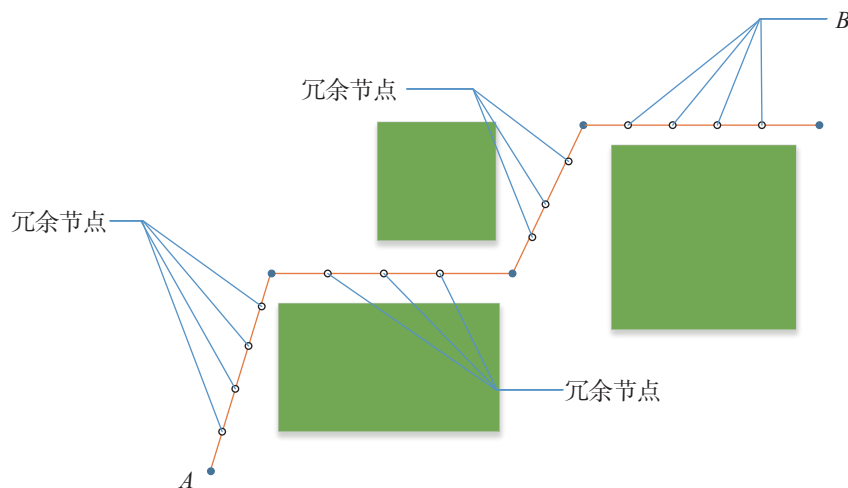


图1 路径冗余节点

Fig. 1 Path redundant nodes

依据式 (1), (2) 判断 3 点构成的 2 个向量是否平行,若平行则 S_1 为冗余节点,记录冗余节点并删除;依据式 (3), (4) 判断以记录冗余节点为起点往后相邻两点构成的向量是否平行,若平行则采取相同方法记录并删除冗余节点,直到目标节点为止,更新路径列表,此时的路径即为删除共线冗余节点后的最优路径。采取连

续判断、连续删除的方法可避免对共线路径点的漏删, 提高路径搜索效率。

1.1.2 八邻域搜索扩展

传统 A* 算法使用八邻域搜索实现对邻域点的扩展^[13], 可找到全局最短路径, 但搜索出的路径依然存在穿越障碍物的现象, 如图 2 所示, S_1, S_2 分别为路径与障碍物边角的交点。八邻域搜索机制如图 3 所示, A 点为当前点 (父节点), B 点为 A 在向目标点搜索过程中遇到的障碍物。八邻域搜索是以当前点为父节点向其临近 8 个方向的待扩展点 (子节点) 作最优遍历的过程。如果在扩展中, 1 点成为当前 A 点遍历的最优点并最终成为路径点, 那么就会出现图 3 所示的路径与障碍物接触的情况, 最终得到紧贴障碍的路径, 导致机器人在跟随路径移动过程中碰撞障碍物。为此, 提出扩展八邻域搜索算法。

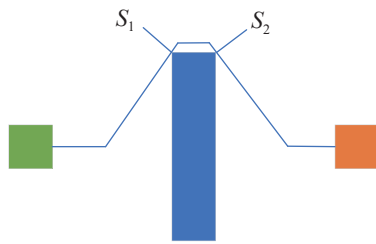


图2 传统 A* 算法规划的路径

Fig. 2 Path planned by traditional A* algorithm

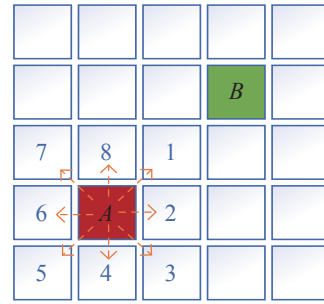


图3 传统八邻域搜索

Fig. 3 Traditional eight-neighborhood search

以图 4 中的 1 点为例, B 点是紧靠 1 的障碍物。在 A 点搜索邻域过程中, 1 是否能被当作 A 的扩展点并放入 openlist 中取决于 1 周围邻域是否存在障碍物。若邻域存在障碍物, 则 1 不被当作 A 的扩张点, A 则继续遍历下一个待扩展点。改进 A* 算法图解如图 5, 图中虚线代表 A* 算法生成的路径, 实线代表改进 A* 算法生成的路径。

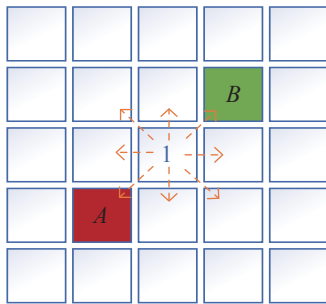


图4 改进八邻域搜索

Fig. 4 Improved eight-neighborhood search

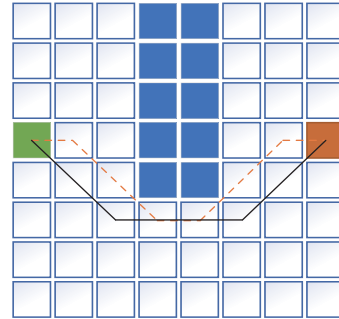


图5 改进 A* 算法图解

Fig. 5 Diagram of improved A* algorithm

改进算法具体流程如下:

- 1) 起点 A 为当前点 (父节点) 放入 openlist 中, B 点为地图中的障碍物点, 依次按顺序搜索 A 点周围的 8 个邻域。
- 2) 每搜索一个邻域点判断该点是否位于地图范围内且是否是障碍物点, 如果条件满足则以该点为次父节点, 再次搜索该点周围的八邻域, 判断邻域是否存在障碍物点。如果该点的邻域内不存在障碍物点, 则该点可作为 A 点的扩展点放入 openlist 中; 如果搜索过程中发现该点周围存在障碍物点, 则放弃对该点的扩展, 继续搜索下一个邻域点。
- 3) 直到搜索至终点为止。

1.2 Bezier 曲线的轨迹优化

在路径规划过程中, 路径的相邻点之间不能出现尖锐拐点。由图 5 可知, 改进 A* 算法生成的路径存在尖锐拐点, 需对其进行平滑处理。Bezier 曲线是由伯恩斯坦多项式发展而来的^[14], 控制简单, 能处理存在折角的线段并将其变得平滑, 应用较广泛。文中利用 Bezier 曲线改进 A* 算法产生的拐点。Bezier 曲线上的点由该段曲线上的控制点严格控制, N 次多项式的 Bezier 曲线由 N + 1 个控制点确定^[15]。Bezier 曲线上点的方程为

$$P_N(t) = \sum_{i=0}^N B_{i,N}(t)P_i, t \in [0, 1]P_i \tag{5}$$

式中: P_i 为线段第 i 个控制点的坐标信息; $B_{i,N}(t)$ 为伯恩斯坦多项式, 是 Bezier 曲线参数方程的基函数, 定义为

$$B_{i,N}(t) = \sum_{i=0}^N \binom{N}{i} t^i (1-t)^{N-i} \tag{6}$$

式中 $\sum_{i=0}^N \binom{N}{i}$ 为二项式系数, 对式 (6) 求导得

$$B'_{i,N}(t) = \left(\sum_{i=0}^N \binom{N}{i} t^i (1-t)^{N-i} \right)' \tag{7}$$

对式 (7) 展开得

$$B'_{i,N}(t) = N \frac{(N-1)!}{(i-1)!(N-i)!} t^{i-1} (1-t)^{N-i} - N \frac{(N-1)!}{i!(N-i-1)!} (1-t)^{N-i-1} t^i \tag{8}$$

对式 (8) 进一步简化得

$$B'_{i,N}(t) = N[B_{i-1,N-1}(t) - B_{i,N-1}(t)]' \tag{9}$$

由伯恩斯坦基函数得一阶导知 Bezier 点求导:

$$P'_N = \left[\sum_{i=0}^N \binom{N}{i} t^i (1-t)^{N-i} \right]' \tag{10}$$

将式 (10) 展开得

$$P'_N = B'_{0,N}P_0 + B'_{1,N}P_1 + \dots + B'_{N,N}P_N \tag{11}$$

将式 (10) 结果代入式 (11) 得

$$P'_N = 0 + N(B_{0,N-1} - B_{1,N-1})P_1 + N(B_{1,N-1} - B_{2,N-1})P_2 + \dots + N(B_{0,N-1} - B_{1,N-1})P_N \tag{12}$$

将式 (12) 化简得

$$P'_N = N \sum_{i=1}^N B_{i-1,N-1}(t) \cdot (P_i - P_{i-1}) \tag{13}$$

高阶 Bezier 曲线存在数值稳定性较差的特性^[16], 为避免这一特性对路径优化的影响, 同时满足轨迹优化, 文中采用低阶的 Bezier 曲线^[17] 进行轨迹的平滑处理。对于路径拐点, 单拐点出现的频率较高, 且会出现连续多拐点。二阶 Bezier 曲线能较好地处理单拐点的路径, 但较难保证对连续多拐点的平滑处理, 而三阶 Bezier 曲线则不存在这个问题。如图 6 所示, 拐点 1、拐点 2 能在三阶 Bezier 曲线的作用下得到平滑处理; 如图 7 所示, P_1, P_2, P_3, P_4 分别为 4 个控制点的坐标, 三阶 Bezier 曲线也能对其路径进行较好的处理^[18]。

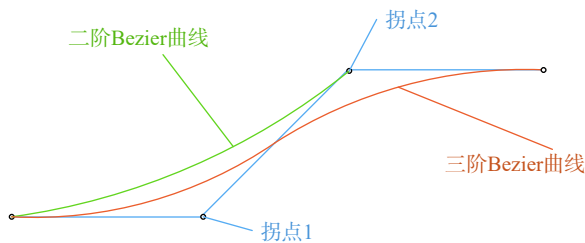


图6 Bezier 曲线处理的连续拐点

Fig. 6 Continuous inflection points treated by Bezier curves

由式 (5), (6) 可推导出三阶 Bezier 曲线上各点的参数方程:

$$P(t) = P_0(1-t)^3 + 3P_1(1-t)^2t + 3P_2(1-t)t^2 + P_3t^3 \tag{14}$$

当 t 在 $(0, 1)$ 上变换时, 就生成了三阶 Bezier 曲线, 曲线的相关性质如下^[19]: 三阶 Bezier 曲线上, 分别位于曲线的起点和终点; 由式 (10) 知, 曲线起点和终点处的切线方向和由特征点组成特征多边形的第一条边及最后一条边走向一致; 几何特性不随坐标变化而变化; Bezier 必然落在控制点构成的凸包内; Bezier 曲线上任意一点的曲率 $K(t)$ 为

$$K(t) = \frac{x'(t) \cdot y''(t) - y'(t) \cdot x''(t)}{(x'(t)^2 + y'(t)^2)^{3/2}} \tag{15}$$

由式 (15) 可知, 若要求曲率连续则至少需要三阶 Bezier 曲线^[20] (4 个控制点) 才能生成曲率连续的路径。三阶 Bezier 曲线如图 8。

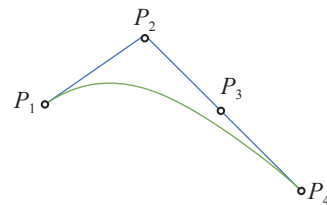


图7 三阶 Bezier 曲线处理的单拐点

Fig. 7 Single inflection points treated by third-order Bezier curves

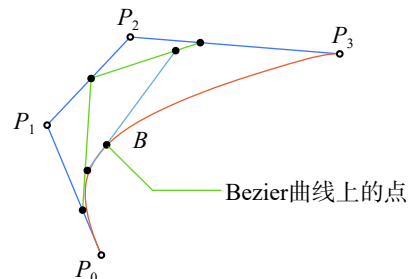


图8 三阶 Bezier 曲线

Fig. 8 Third-order Bezier curve

2 融合改进路径规划算法的实现

融合改进算法和 A* 算法总体流程基本一致, 都需操作 openlist 和 closelist 列表, 最终都通过一个代价评估函数更新下一个节点。如图 9, 图中 F 为当前节点与终点的代价评估值; G 为当前节点与终点的实际代价值。但融合改进算法将 A* 算法扩展邻域的方法作出扩展改进, 剔除靠近障碍物的不必要点, 并对存放路径的 closelist 列表做出去冗余的操作, 最后通过三阶 Bezier 曲线对最终的路径进行拐点平滑优化。

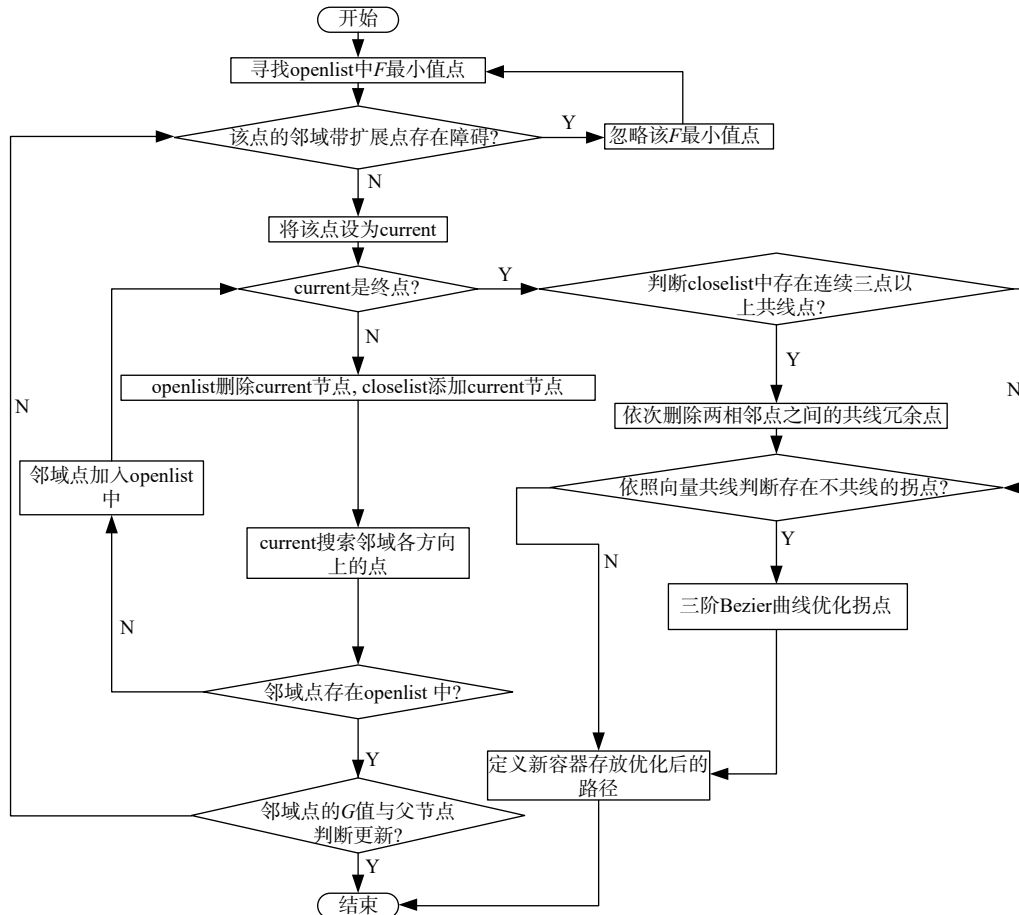


图9 算法实现流程图

Fig. 9 Algorithm implementation flowchart

3 仿真验证分析

为验证融合改进路径规划算法的有效性, 采用 C++ 为主要编程语言, 在 Rviz 中加载地图, 环境地图单位大小为 115×125 , 100×100 , 随机选取障碍物位置, 有效障碍率 40% 左右。在 Ubuntu18.04, 处理器为 i5-7300HQ 的环境下通过机器人操作系统 (robot operating system) 分别对传统 A* 算法、改进 A* 算法、融合改进算法进行路径规划仿真实验, 结果见图 10~12。

图中: 左上角、左下角的坐标点为路径搜索的起点, 右上、右下的坐标点为路径搜索的终点。3 种算法路径规划的性能指标如表 1。分析图 10~12 及表 1 可知: 传统 A* 算法路径搜索节点较多, 且存在路径穿越障碍物及尖锐拐点的现象; 与传统 A* 算法相比, 改进 A* 算法在处理路径和障碍物之间的碰撞上有较为明显的提升, 可有效改善路径穿越障碍物的情况, 但依然存在尖锐拐点, 路径平滑有待处理; 与前两者相比, 融合改进算法的路径搜索节点数明显减少, 路径与障碍碰撞的次数明显降低, 同时也保证了尖锐拐点的平滑处理, 极大提高了路径搜索效率及可行性。

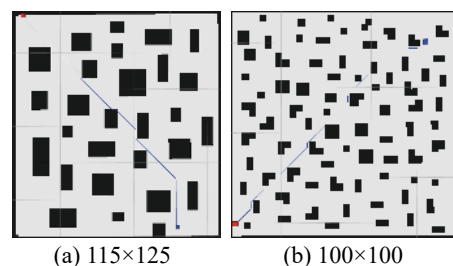


图10 传统 A* 算法的搜索路径

Fig. 10 Search path of traditional A* algorithm

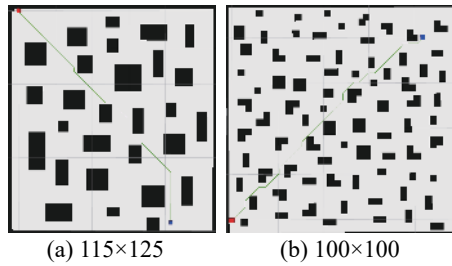


图11 改进A*算法的搜索路径

Fig. 11 Search path of improved A* algorithm

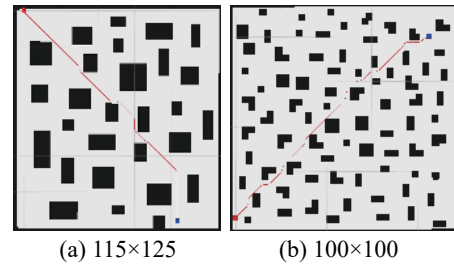


图12 融合改进A*算法的搜索路径

Fig. 12 Search path of fusion improved A* algorithm

表1 3种路径规划算法的性能指标

Tab. 1 Performance indexes of three path planning algorithms

实验环境	算法	路径节点/个	路径拐点/个	平均寻路时间/ms	路径距离/m	触碰障碍/次
115×125	传统A*算法	118	7	0.672	7.589	3
	改进A*算法	118	9	0.307	7.473	0
	融合改进算法	62	0	0.363	7.412	0
100×100	传统A*算法	189	15	0.641	12.113	10
	改进A*算法	188	17	0.276	11.968	5
	融合改进算法	98	0	0.291	11.907	5

4 结 论

针对A*算法在路径规划中易出现路径穿越障碍且较多拐点的情况,提出一种融合改进A*与三阶Bezier曲线的路径规划算法,且对改进算法进行仿真验证。结果表明:与A*算法、改进A*算法相比,改进融合算法在路径搜索节点数、节点平均搜索时间、路径距离及路径穿越障碍次数等方面更少;采用三阶Bezier曲线优化路径使原路径的拐点处更平滑,更符合移动机器人的运动规划,验证了算法的有效性。

参考文献:

- [1] 褚金奎,李晋,李金山,等.基于改进A*算法的POL-Robot路径规划[J].机电工程技术,2022,51(8):1-5.
- [2] 王子静,陈照源.基于改进A*和DWA的无人艇路径规划算法[J].传感技术学报,2021,34(2):249-254.
- [3] 赵天亮,张小俊,张明路,等.基于改进融合蚁群算法的机器人路径规划方法研究[J].制造业自动化,2022,44(5):185-190.
- [4] 印峰,谢青松.基于改进RRT*算法的机器人路径规划研究[J].湘潭大学学报(自然科学版),2022,44(4):22-31.
- [5] JU C, LUO Q, YAN X. Path planning using an improved A-star algorithm[C]// Proc of the 11th International Conference on Prognostics and System Health Management. Jinan: PHM Press, 2020:23-26.
- [6] 王中玉,曾国辉,黄勃,等.改进A*算法的机器人全局最优路径规划[J].计算机应用,2019,39(9):2517-2522.
- [7] 陈万通,刁天茹,贾吉庆,等.基于扇形领域扩展的同步双向A*算法[J].计算机应用研究,2022,363(1):118-122,127.
- [8] YU J, HOU J, CHEN G. Improved safety-first A-star algorithm for autonomous vehicles[C]// Proc of the 5th International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2020:706-710.
- [9] 辛煜,梁华为,杜明博,等.一种可搜索无限个邻域的改进A*算法[J].机器人,2014,36(5):627-633.
- [10] ZHANG H, LI M, YANG L. Safe path planning of mobile robot based on improved A* algorithm in complex terrains[J]. Algorithms, 2018, 11(4):44-49.
- [11] 赵卫东,唐顾杰,宋江一.基于改进JPS与三次B样条插值的路径规划算法[J].安徽工业大学学报(自然科学版),2022,39(2):189-195.
- [12] 宋江一,李丹,陈文博.融合Dijkstra和PID算法的室内移动机器人局部路径规划[J].安徽工业大学学报(自然科学版),2023,40(1):59-64.
- [13] 张志文,张鹏,毛虎平,等.改进A*算法的机器人路径规划研究[J].电光与控制,2021,28(4):21-25.
- [14] 张小俊,刘昊学.轮式移动机器人轨迹跟踪控制研究[J].计算机工程与科学,2022,44(10):1804-1811.
- [15] 姜媛媛,张阳阳.改进8邻域节点搜索策略A*算法的路径规划[J].电子测量与仪器学报,2022,36(5):234-241.
- [16] 高嵩,张金炜,戎辉,等.基于贝塞尔曲线的无人车局部避障应用[J].现代电子技术,2019,42(9):163-166.
- [17] 化祖旭,张文海.基于贝塞尔曲线的自动驾驶汽车避障路径规划[J].汽车文摘,2021(7):46-49.
- [18] 余星宝,杨慧斌,周玉凤,等.改进A*的4阶贝塞尔曲线路径规划[J].轻工机械,2020,38(6):64-67.
- [19] 崔根群,胡可润,唐风敏.融合遗传贝塞尔曲线的智能汽车路径规划[J].现代电子技术,2021,44(1):144-148.
- [20] 刘学问,陶钧,徐海巍.基于三阶贝塞尔曲线的AGV轨迹规划研究[J].工业控制计算机,2018,31(1):113-114.

责任编辑:何莉