

# 时间窗约束下多车型电动车辆路径问题建模与优化

许昕海<sup>a,b</sup>, 孟祥虎<sup>a,b</sup>, 郭方明<sup>a,b</sup>, 唐静<sup>a,b</sup>, 汪宁<sup>a</sup>

(安徽工业大学 a. 电气与信息工程学院; b. 安徽省电力电子与运动控制实验室, 安徽 马鞍山 243032)

**摘要:** 针对带时间窗的多车型电动车辆路径问题 (heterogeneous electric vehicle routing problem with time windows, HEVRPTW), 综合考虑客户需求差异、车辆异构特性和充电约束等因素, 构建以总行驶成本最小化为目标的混合整数规划模型, 并提出结合层次聚类机制的混合变邻域搜索算法 (hybrid variable neighborhood search, HVNS) 进行求解。该算法采用层次聚类机制对客户节点进行空间划分, 并结合贪婪算法生成初始解; 在局部搜索阶段, 整合单点插入、两点交换、两段交换及 2-opt 等多种邻域操作算子, 并引入充电站优化策略优化路径选择。基于标准测试案例通过与 Gurobi 求解器和遗传算法 (genetic algorithm, GA) 进行仿真对比实验, 并对电池容量、充电时间、时间窗宽度、车辆数量等关键参数进行敏感性分析。结果表明: HVNS 能在更短时间内获得与 Gurobi 相近的优质解, 验证了模型的正确性及其在不同规模问题求解中的优越性能; 与 GA 相比, HVNS 在求解质量上实现了 10%~20% 的提升, 同时在稳定性和收敛性方面更优; 通过参数优化确定了最佳配置方案 (电池容量为 150 kWh、充电时间为 45 min、时间窗宽度为 90 min、车辆数量为 8 辆), 实现了总行驶成本最小化与客户满意度最大化的平衡。研究结果验证了 HVNS 是求解 HEVRPTW 的有效方法, 本研究为物流企业电动车辆路径优化提供了科学的决策支持工具。

**关键词:** 电动车辆路径问题; 时间窗约束; 多车型; 层次聚类算法; 变邻域搜索算法; 充电策略优化;

物流配送; 智能算法

中图分类号: TP 242.6 文献标志码: A doi: 10.12415/j.issn.1671-7872.25021



## Modeling and Optimization of the Multi-type Electric Vehicle Routing Problem with Time Window Constraints

XU Xinhai<sup>a,b</sup>, MENG Xianghu<sup>a,b</sup>, GUO Fangming<sup>a,b</sup>, TANG Jing<sup>a,b</sup>, WANG Ning<sup>a</sup>

(a. School of Electrical & Information Engineering; b. Anhui Provincial Key Laboratory of Power Electronics and Motion Control, Anhui University of Technology, Maanshan 243032, China)

**Abstract:** The heterogeneous electric vehicle routing problem with time windows (HEVRPTW) was studied by comprehensively considering factors such as customer demand differences, vehicle heterogeneity, and charging constraints. A mixed-integer programming model aimed at minimizing total travel costs was constructed. A hybrid variable neighborhood search (HVNS) algorithm incorporating a hierarchical clustering mechanism was proposed for solution. The hierarchical clustering mechanism was utilized to spatially partition customer nodes, and a greedy algorithm was integrated to generate initial solutions. In the local search phase, multiple neighborhood operators, including single-point insertion, two-point exchange, two-segment exchange, and 2-opt, were combined. A charging station optimization strategy was introduced to enhance route selection. Simulation experiments were conducted based on standard test cases, and comparisons were made with the Gurobi solver and genetic algorithm (GA).

收稿日期: 2025-03-10

基金项目: 安徽省高校自然科学基金项目 (KJ2021A0410)

作者简介: 许昕海 (2001—), 男, 安徽马鞍山人, 硕士生, 主要研究方向为智能优化调度。

通信作者: 孟祥虎 (1986—), 男, 山东枣庄人, 博士, 副教授, 主要研究方向为智能优化调度。

引文格式: 许昕海, 孟祥虎, 郭方明, 等. 时间窗约束下多车型电动车辆路径问题建模与优化 [J]. 安徽工业大学学报(自然科学版), 2025, 42(6):614-624.

Sensitivity analyses were performed on key parameters such as battery capacity, charging time, time window width, and vehicle number. The results show that the HVNS is able to obtain high-quality solutions comparable to Gurobi in a shorter time, which verifies the correctness of the model and its superior performance in solving problems of different scales. Compared with GA, the HVNS achieves a 10%–20% improvement in solution quality while demonstrating better stability and convergence. Through parameter optimization, the optimal configuration is determined (with a battery capacity of 150 kWh, charging time of 45 min, time window width of 90 min, and vehicle number of 8), achieving a balance between total travel cost minimization and customer satisfaction maximization. The findings confirm that the HVNS is an effective method for solving the HEVRPTW, providing a scientific decision-support tool for logistics enterprises in optimizing electric vehicle routing.

**Keywords:** electric vehicle routing problem; time window constraint; multi-vehicle; hierarchical clustering algorithm; variable neighborhood search algorithm; optimization of charging strategy; logistics and distribution; intelligent algorithm

在“双碳”目标下,物流行业作为能源消耗与碳排放大户,其绿色低碳转型至关重要。电动车辆凭借其零排放、低噪音及良好的能源结构适配性等优势,正成为现代城市物流的核心<sup>[1-3]</sup>。然而受限于电池技术瓶颈和基础设施配套不足等因素,电动车辆在实际运营中仍面临续航里程焦虑、充电设施布局不均衡、多车型协同调度复杂等挑战,使得传统路径优化模型难以适应产业升级的需求。因此,开展电动车辆路径优化调度研究,既符合《新能源汽车产业发展规划(2021—2035年)》<sup>[4]</sup>提出的构建绿色高效运输体系战略要求,又能为物流企业电动化转型提供科学的决策支持,对降低物流成本、增强供应链韧性和推动交通运输低碳发展具有重要价值。

当前电动车辆路径优化问题(electric vehicle routing problem, EVRP)主要受充电站分布、充电时长及充电成本等因素<sup>[5]</sup>影响,聚焦充电策略优化和车辆异构约束等方向。在充电决策方面,学者们针对客户处充电<sup>[6]</sup>、车场充电<sup>[7]</sup>及充电站充电<sup>[8]</sup>等不同场景展开研究。Alesiani等<sup>[9]</sup>提出的EVRP-C模型通过支持多次访问充电站优化综合成本, Yang等<sup>[10]</sup>则通过联合优化路径和充电调度实现总成本最小化。在车型分类方面, EVRP研究主要分为单车型路径优化<sup>[11-12]</sup>和多车型路径优化<sup>[13-14]</sup>2个方向。单车型研究以Desaulniers等<sup>[15]</sup>为代表,其建立的带时间窗EVRP模型同时优化了路线成本和车辆使用数量;多车型研究以王琦等<sup>[16]</sup>为代表,通过融合扫描法与禁忌搜索算法相结合,成功解决了包含中转站的多车型路径规划问题。在路径优化方面,时间窗约束是关键因素之一,可分为软时间窗<sup>[17-18]</sup>和硬时间窗<sup>[19-20]</sup>两类。然而,现有研究大多未考虑客户对服

务车型的匹配要求,实际配送中货物类型与车型往往存在明确对应关系;此外,时间窗约束下的多车型路径问题仍需探索。为此,本文提出带时间窗的多车型电动车辆路径问题(heterogeneous electric vehicle routing problem with time windows, HEVRPTW),构建以总行驶成本最小化为目标的数学模型。鉴于该问题的NP难特性<sup>[21-22]</sup>,传统精确算法效率有限,而启发式算法展现出较强的求解能力。受郭方明等<sup>[23]</sup>研究的启发,本文提出一种融合层次聚类机制的混合变邻域搜索算法(hybrid variable neighborhood search, HVNS)求解HEVRPTW,并通过仿真实验验证其有效性,旨在提高物流配送效率的同时,为相关车辆配送问题提供理论参考和决策支持。

## 1 HEVRPTW模型

HEVRPTW可形式化描述为无向图 $G=(V, E)$ ,其中节点集合 $V=\{0\} \cup C=\{0,1,2,\dots,n\}$ (0表示配送中心,  $C$ 表示客户集合),边集 $E=\{(i,j)|i,j \in V, i \neq j\}$ 表示所有可能的配送路径。每条边的长度用 $d_{ij}$ 表示,表示电动车辆从客户 $i$ 到客户 $j$ 的欧式距离,满足 $d_{ij}=d_{ji}$ 。问题的核心是规划车辆从配送中心出发,在满足多重约束条件下为具有不同差异化需求的客户提供服务,最终返回配送中心,且实现总行驶成本最小化。

### 1.1 问题描述与基本假设

HEVRPTW可描述为某配送中心配备多种型号电动车辆,为差异化需求的客户提供配送服务,如图1。其中关键约束包括:车型匹配约束,客户节点对服务车型有特定要求,须由匹配车型提供服务;时间窗约束,违反客户服务时间窗将产生惩罚成本;路径闭合约束,所有车辆须从配送中心出发并最终返回;资源限制约束,包括载重限制、电量约束等。

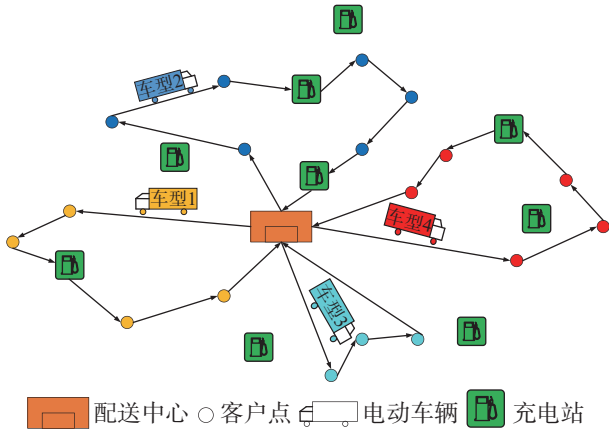


图1 多车型电动车辆问题示意图

Fig. 1 Schematic diagram of multi-model electric vehicle problems

针对 HEVRPTW 问题, 建立如下基本假设:

- 1) 所有电动车辆均从配送中心出发并返回, 形成闭合回路;
- 2) 车辆实际载货量不能超出其额定载重;
- 3) 车辆从配送中心或充电站出发时电池满电, 允许途中多次充电且可重复使用;
- 4) 各客户点服务时长相同(固定值)且卸货过程不耗电;
- 5) 每个客户点仅由单一指定车辆服务 1 次;
- 6) 车辆仅可服务其车型匹配的客户节点;
- 7) 客户节点设有硬时间窗约束, 违约将按既定规则计算惩罚成本。

## 1.2 数学模型与约束条件

采用图论方法对 HEVRPTW 进行建模。其中配送中心配置  $m$  台不同型号的电动车辆, 车辆集合  $K=\{1,2,\dots,k\}$ , 其中  $1,2,\dots,k$  为电动车辆总数, 可为  $n$  个客户提供配送服务。根据车型对客户需求的可服务性, 建立车型客户关联矩阵 (vehicle-customer association matrix, VCAM), 其数学表达式如下:

$$\mathbf{P}_{\text{VCAM}} = [\sigma_{id}]_{c \times n} = \begin{matrix} & & 0 & 1 & \cdots & n \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ n \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} & & & & \end{matrix} \quad (1)$$

其中:  $\sigma_{id}=1$  表示车型  $d$  可服务客户  $i$ ,  $\sigma_{id}=0$  表示车型  $d$  不可服务客户  $i$ 。矩阵  $\mathbf{P}_{\text{VCAM}}$  的行向量表示车型  $d$  可服务的客户, 即车型  $d$  可服务客户集合  $H_d$ ,  $H_d=\{i|\sigma_{id}=1, i \in C, t \in D\}$ ,  $1 \leq |H_d| \leq n$ 。目标函数  $Z$  为电动车辆的总行驶成本, 包括电动车辆的路径成本和充电成本, 其数学表达式如下:

$$\min Z = \sum_{d \in D} \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} c_{ijd} x_{ijkd} + \sum_{d \in D} \sum_{k \in K} \sum_{i \in R} g_d w_{ikd} \quad (2)$$

HEVRPTW 的约束条件体系可表述如下:

1) 每个客户必须且只能由单一电动车辆提供服务, 可表述为:

$$\sum_{d \in D} \sum_{k \in K} y_{ikd} \sigma_{id} = 1, \forall i \in C \quad (3)$$

2) 所有车辆必须从配送点出发并最终返回至该配送点, 形成完整的配送回路。该约束条件可定义为:

$$\sum_{j \in V \cup R} x_{0jkd} = 1, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (4)$$

$$\sum_{i \in V \cup R} x_{i0kd} = 1, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (5)$$

3) 驶出客户节点  $i$  的车辆总数必须等于驶进客户节点  $j$  的车辆总数, 即车辆数量守恒。这一约束条件可表示为:

$$\sum_{i \in V \cup R} x_{ijkd} = \sum_{j \in V \cup R} x_{jikd}, \forall j \in V \cup R, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (6)$$

4) 每辆电动车辆的载货量不能超过其最大容量, 即车辆容量约束。这一约束条件可表示为:

$$0 \leq u_{ikd} \leq Q_d, \forall i \in V, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (7)$$

5) 客户需求约束满足车辆在节点  $j$  的载货量不少于在节点  $i$  的载货量, 可表示为:

$$u_{jkd} \geq u_{ikd} + q_j - M(1 - x_{ijkd}), \forall (i, j) \in A, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (8)$$

6) 时间窗约束要求每辆电动车辆必须在客户指定的时间范围内完成服务, 可表示为:

$$a_i \leq z_{ikd} \leq b_i, \forall i \in V, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (9)$$

$$z_{jkd} \geq z_{ikd} + s_i + t_{ij} - M(1 - x_{ijkd}), \forall (i, j) \in A, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (10)$$

7) 电池电量消耗约束要求车辆到达客户节点  $j$  时剩余电量不能超过车辆在客户节点  $i$  时的电量, 可表示为:

$$0 \leq f_{jkd} \leq f_{ikd} - \alpha_d t_{ij} + M(1 - x_{ijkd}), \forall (i, j) \in A, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (11)$$

8) 电池容量上限约束要求车辆到达客户节点  $i$  时的电量不能超过电池额定容量, 可表示为:

$$0 \leq f_{ikd} \leq e_d, \forall i \in V \cup R, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (12)$$

9) 充电电量约束要求车辆在客户节点  $i$  时的剩余电量与充电电量之和不能超过电池额定容量, 可表示为:

$$f_{ikd} = f_{ikd} + \eta_{ikd}, \forall i \in R, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (13)$$

$$0 \leq \eta_{ikd} \leq e_d - f_{ikd}, \forall i \in R, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (14)$$

10) 充电时间约束要求车辆充电时间不能超过车辆从客户节点  $i$  行驶到客户节点  $j$  所花费的时间,

可表示为:

$$z_{jkd} \geq z_{ikd} + s_i + t_{ij} + \frac{\eta_{ikd}}{\beta_d} - M(1 - x_{ijkd}),$$

$$\forall (i, j) \in A, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (15)$$

11) 决策变量的定义域如下:

$$x_{ijkd} \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in A, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (16)$$

$$x_{jikd} \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in A, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (17)$$

$$y_{ikd} \in \{0, 1\}, \forall i \in V, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (18)$$

12) 服务与路径一致性约束的表示如下:

$$y_{ikd} \leq \sum_{j \in V} x_{ijkd}, \forall i \in V, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (19)$$

13) 车型服务限制的表示如下:

$$y_{ikd} \leq \sigma_{id}, \forall i \in V, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (20)$$

综上可看出, HEVRPTW 模型综合考虑了车型匹配、载重限制、电量约束和时间窗要求等多重约束条件, 其涉及的主要变量符号及定义如表 1。

表 1 变量符号及其定义

Tab. 1 Variable symbols and their definitions

参数	定义
$C$	客户集合 $C=\{1,2,\dots,n\}$ , 共 $n$ 个客户
$V$	节点集合 $V=\{0\} \cup C$ , 其中 0 表示配送中心编号, 其余节点表示客户
$W$	路径集合 $W=\{W_1, W_2, \dots, W_r\}$ , 共 $W$ 条路径
$\lambda$	层次聚类后的路径集合 $\lambda=\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r\}$
$K$	车辆集合 $K=\{1,2,\dots,k\}$ , 其中 $k \in \mathbf{Z}^+$ , $k$ 为电动车辆总数
$D$	车型集合 $D=\{1,2,\dots,d\}$ , 其中 $d \in \mathbf{Z}^+$
$R$	充电站集合 $R=\{1,2,\dots,r\}$ , 其中 $r$ 为充电站数量
$S$	单车型聚类集合
$F$	多车型聚类集合
$U$	贪婪算法后的路径初始解, $U=\{U_1, U_2, \dots, U_i\}$
$A$	弧集合 $A=\{i, j   i, j \in V \cup R, i \neq j\}$
$H_d$	车型 $d$ 可服务的客户集合
$L$	路径段交换的最大长度(常数)
$\sigma_{id}$	$\sigma_{id} \in \{0,1\}$ , 表示车型 $d$ 能否服务客户 $i$ , 若车型 $d$ 可服务客户 $i$ 则为 1, 否则为 0
$f$	最小成本插入法中插入客户点个数
$x$	局部搜索优化后的解
$x'$	邻域解 $x'$
$x''$	最优解 $x''$
$q_i$	客户 $i$ 的需求量 ( $q_0=0$ )
$q_j$	客户 $j$ 的需求量 ( $q_0=0$ )
$Q_d$	车型 $d$ 的容量
$[a_i, b_i]$	客户 $i$ 的时间窗
$s_i$	客户 $i$ 的服务时间
$t_{ij}$	从客户 $i$ 到客户 $j$ 的行驶时间
$c_{ijd}$	车型 $d$ 从客户 $i$ 到客户 $j$ 的路径成本
$g_d$	车型 $d$ 的充电成本(单位电量)
$e_d$	车型 $d$ 的电池额定容量
$\alpha_d$	车型 $d$ 的电池消耗率(单位距离消耗的电量)
$\beta_d$	车型 $d$ 的电池充电率(单位时间的充电量)
$M$	一个足够大的常数
$x_{ijkd}$	二进制变量, 若车型 $d$ 的车辆 $k$ 从客户 $i$ 行驶到客户 $j$ 则为 1, 否则为 0
$x_{jikd}$	二进制变量, 若车型 $d$ 的车辆 $k$ 从客户 $j$ 行驶到客户 $i$ 则为 1, 否则为 0
$y_{ikd}$	二进制变量, 若客户 $i$ 由车型 $d$ 的车辆 $k$ 服务则为 1, 否则为 0
$z_{ikd}$	车型 $d$ 的车辆 $k$ 到达客户 $i$ 的时间, 其中 $i \in \mathbf{N}; k, t \in \mathbf{Z}^+$
$z_{jkd}$	车型 $d$ 的车辆 $k$ 到达客户 $j$ 的时间, 其中 $i \in \mathbf{N}; k, t \in \mathbf{Z}^+$
$f_{ikd}$	车型 $d$ 的车辆 $k$ 到达客户 $i$ 时的剩余电量, 其中 $i \in \mathbf{N}; k, t \in \mathbf{Z}^+$
$f_{jkt}$	车型 $d$ 的车辆 $k$ 到达客户 $j$ 时的剩余电量, 其中 $i \in \mathbf{N}; k, t \in \mathbf{Z}^+$
$u_{ikd}$	车型 $d$ 的车辆 $k$ 在客户 $i$ 的载货量, 其中 $i \in \mathbf{N}; k, d \in \mathbf{Z}^+$
$u_{jkd}$	车型 $d$ 的车辆 $k$ 在客户 $j$ 的载货量, 其中 $j \in \mathbf{N}; k, d \in \mathbf{Z}^+$
$\eta_{ikd}$	车型 $d$ 的车辆 $k$ 在客户 $i$ 的充电电量, 其中 $i, k, d \in \mathbf{Z}^+$

## 2 HVNS 算法设计

本文提出一种融合层次聚类机制的混合变邻域搜索算法 (hybrid variable neighborhood search, HVNS) 求解 HEVRPTW 问题。如图 2 所示, 首先采用层次聚类机制对客户节点进行聚类, 并采用贪婪策略的初始解生成方法; 随后引入充电站局部搜索策略和充电站优化机制, 对解集合空间进行探索。

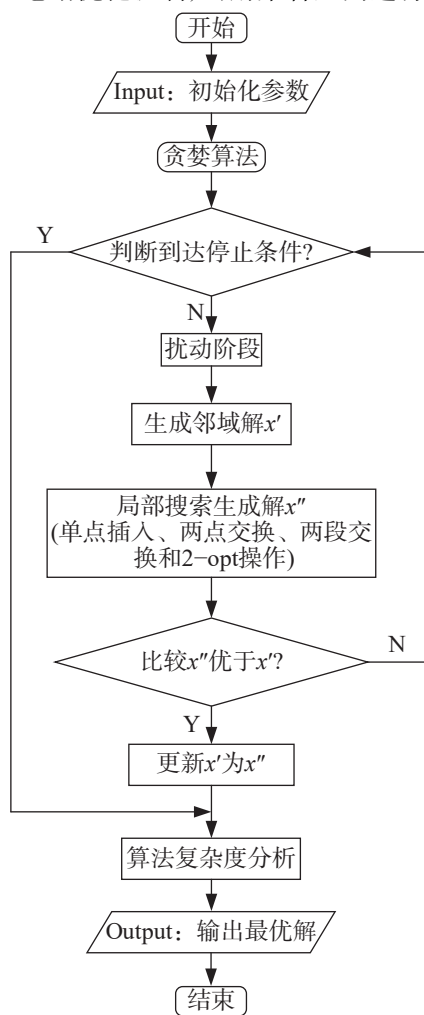


图2 HVNS 算法流程图

Fig. 2 Flowchart of HVNS algorithm

### 2.1 编码方案

设计一种基于车辆路径的特殊编码方案, 以车型为基本单位进行多段编码。每条车辆路径从配送中心 (编号为 0) 出发, 服务若干客户后返回配送中心。例如, 对于 10 个客户 (编号 1~10) 与 2 个充电站 (编号 11~12) 的场景: 车辆 1 的路径 Route<sub>1</sub> 为 [0, 2, 1, 3, 12, 4, 0], 表示车辆从配送中心出发依次服务客户 2, 1 和 3 后因电量不足前往充电站 12 充电, 之后服务客户 4 并返回; 车辆 2 的路径 Route<sub>2</sub> 为 [0, 6, 7, 11, 5, 8, 0], 表示车辆服务顾客 6, 7 后在充电站 11 充电, 再服务客户 5 和 8 返回。这种编码

方式直观反映了车辆行驶路径、充电站及服务顺序等关键信息。

### 2.2 初始解生成

本文采用三阶段初始解生成策略: 首先, 基于层次聚类机制构建空间邻近且车型需求兼容的初始路径集合; 其次, 利用贪婪算法对聚类结果进行可行性校验和调整, 以确保每条路径均满足车型匹配和服务覆盖要求; 最后, 采用最小成本插入法优化多车型需求客户点的分配, 从而输出一个满足所有基础约束条件且较优目标值的初始配送方案。

#### 2.2.1 层次聚类

采用层次聚类机制对客户数据进行预处理, 首先基于空间距离矩阵和车型需求特征进行客户聚类, 通过计算距离矩阵和评估需求匹配识别单车型需求客户群体; 随后根据空间邻近性和车型兼容性准则, 将客户节点聚合为若干簇群, 形成初始路径集合。该预处理通过降维处理有效降低了大规模路径问题的求解复杂度。完整的层次聚类流程如图 3 所示。

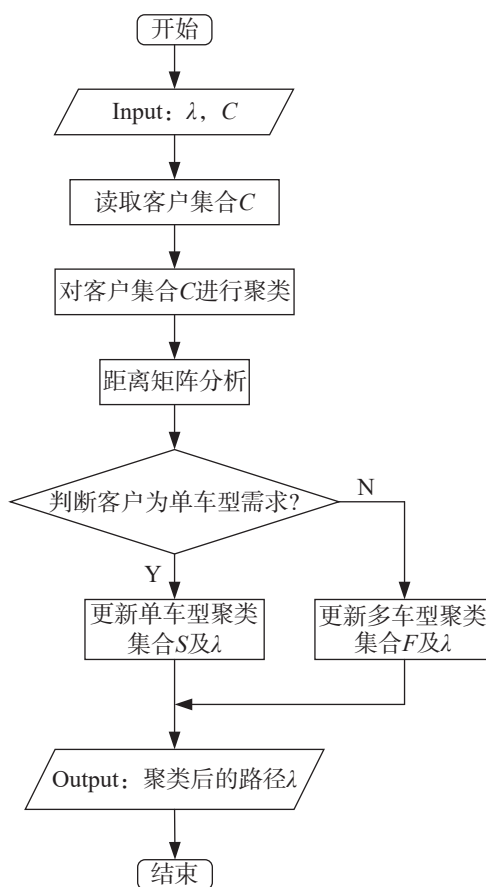


图3 层次聚类机制流程图

Fig. 3 Flowchart of hierarchical clustering mechanism

#### 2.2.2 贪婪构造

采用贪婪算法对聚类后的客户集合进行路径初始化, 其执行流程如图 4。首先筛选未服务的单车

型需求客户节点, 并依据就近原则依次将满足车型要求的客户加入服务路径; 随后迭代选择距离最近的单车型需求客户点进行路径扩展, 同时实时更新客户服务状态, 从而快速构造出一个满足车型约束的可行初始解。该方法凭借其计算效率优势, 能够高效处理大规模路径初始化问题。

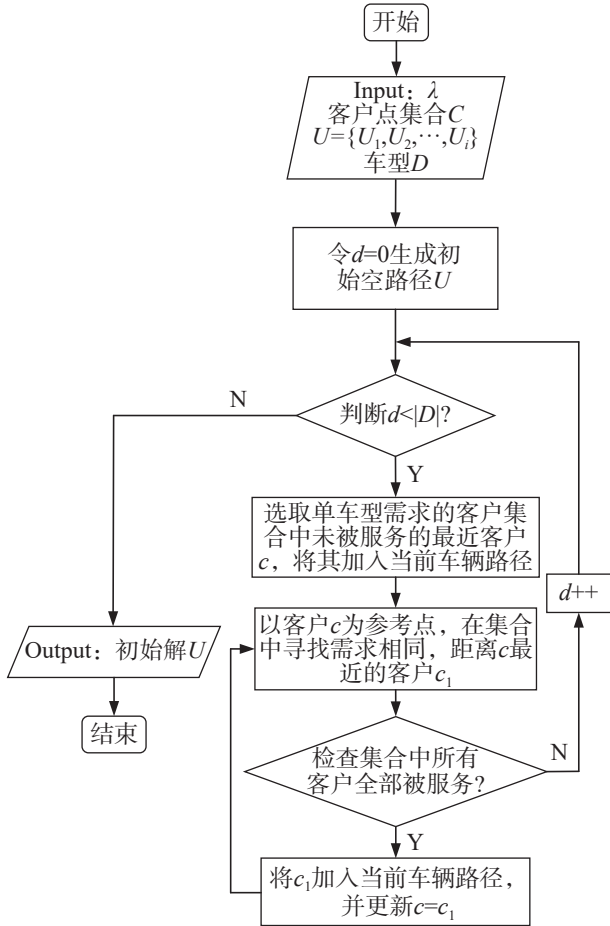


图4 贪婪初始化流程图

Fig. 4 Flowchart of greedy initialization

### 2.2.3 最小成本插入

采用最小成本插入法优化初始解, 其实现过程如图 5 所示。将多车型需求客户点尝试插入当前路径的最优或次优位置, 若邻近不存在可行路径, 则依据全局最小成本准则选择插入点, 每次成功插入后立即更新解的状态, 借助此类动态优化策略提升初始解的整体质量。

### 2.3 变邻域搜索

设计包含单点插入、两点交换、两段交换以及 2-opt 等多种邻域操作的局部搜索策略。

1) 单点插入操作的实现过程如图 6 所示: 从当前路径中移除目标客户点 (如客户点 5), 在可行解空间重新插入, 包括同路径的不同位置 (如客户点 2 和 3 之间) 或跨路径插入。通过计算目标函数变化

量评估操作收益, 保留使解质量提升的可行操作。

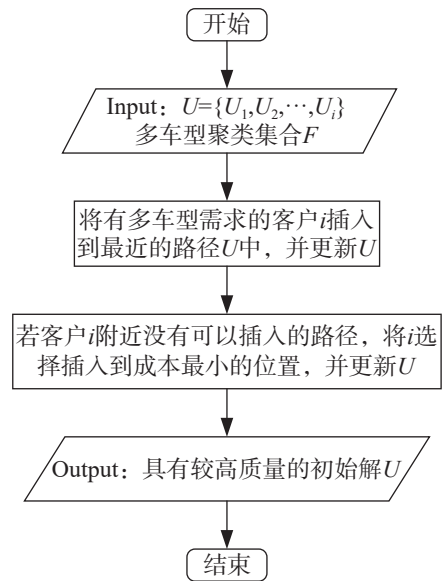


图5 最小成本插入流程图

Fig. 5 Flowchart of minimum cost insert

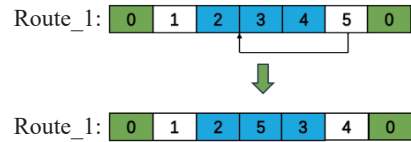


图6 单点插入操作示意图

Fig. 6 Schematic diagram of single point insertion operation

2) 两点交换操作的实现过程如图 7 所示: 在当前路径中随机选取 2 个不同客户点 (如客户点 4 与 5), 通过交换其相对位置生成新的候选路径。若生成的新路径得到优化, 则保存此次交换操作。

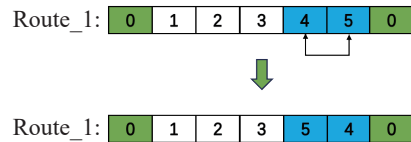


图7 两点交换操作示意图

Fig. 7 Schematic diagram of two-point crossover operation

3) 两段交换通过跨路径优化提升解质量, 具体实现过程如图 8 所示: 从 2 条不同路径中各选取 1 个连续客户段 (Route\_1 中的客户段 2, 3 和 4 与 Route\_2 中的客户段 7, 8 和 9) 进行跨路径位置互换, 得到新的路径。若新路径同时满足可行性要求和优化目标, 则接受该交换操作并更新当前解, 否则保留原路径方案。

4) 设计的 2-opt 局部优化操作通过路径段反转实现路径优化, 具体实现过程如图 9 所示: 在当前路径中选取任意 2 条非相邻边, 将其所夹的中间路径段进行顺序反转 (如将客户点 2, 3 和 4 的顺序进行翻转), 生成新的候选路径。若新路径满足容量限制且能够使目标函数值得到优化, 则接受路径调整, 否则放弃本次操作并保留原路径方案。

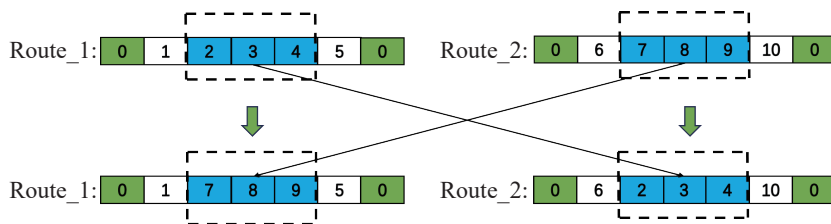


图8 两段交换操作示意图

Fig. 8 Schematic diagram of two-stage exchange operation

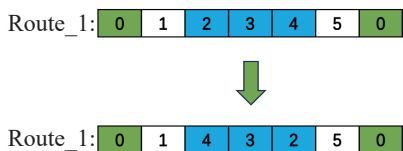


图9 2-opt 操作示意图

Fig. 9 Schematic diagram of 2-opt operation

2.4 充电优化

引入充电站局部搜索优化机制,通过动态评估邻近充电站的距离选取候选充电站并确定最佳充电位置。具体流程为:检查当前解  $x$  是否满足终止条件,若未满足则执行邻近充电站搜索并生成新解  $x'$ ;同时基于最近客户点分析产生对比解  $x''$ ,通过对比  $x''$  与  $x'$  的目标函数值选择较优解作为输出结果。该机制通过双重解比较策略确保充电方案的优化效果,具体实现步骤如图 10。

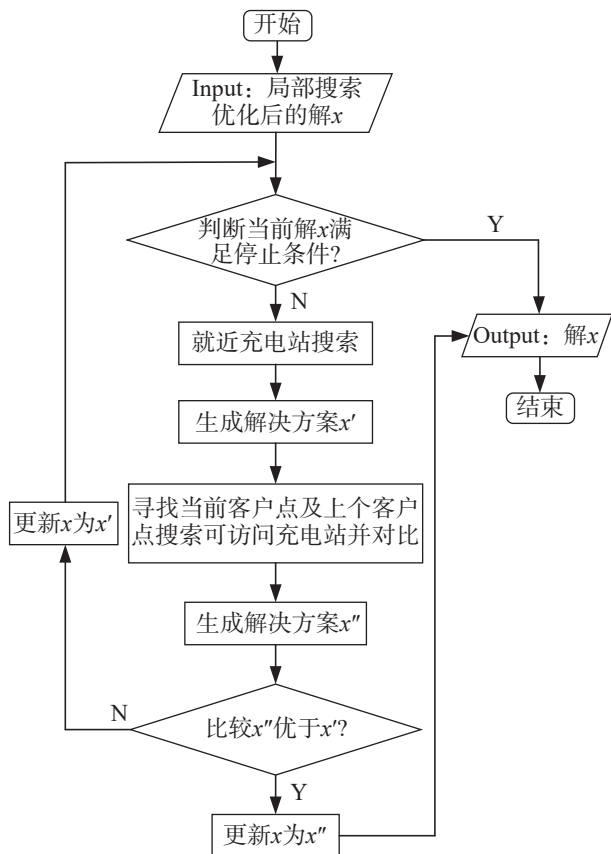


图10 充电站局部搜索操作流程

Fig. 10 Flowchart of charging station local search operation

2.5 复杂度分析

根据图 2 对 HVNS 算法进行复杂度分析。在初始解生成阶段,对于每个待插入的客户点,需遍历所有路径的可能插入位置(单个路径的最大长度为  $O(n)$ ),当插入  $n$  个客户点时,总时间复杂度为  $O(n) \times O(kn) = O(kn^2)$ 。在局部搜索阶段,单点插入操作需遍历  $n$  个客户点作为待移动点,对客户点需检查  $O(kn)$  个可能的插入位置,时间复杂度为  $O(n) \times O(kn) = O(kn^2)$ ;两点交换操作需评估  $O(n^2)$  对客户点组合,每对组合的成本计算为  $O(1)$ ,总复杂度为  $O(n^2)$ ;两段交换操作需考虑  $O(k^2)$  条路径组合,每条路径有  $O(n)$  条子路径选择,时间复杂度为  $O(k^2) \times O(n) \times O(n) = O(k^2n^2)$ ;2-opt 操作对每条路径 ( $O(k)$ ) 进行  $O(n^2)$  次子路径评估,总复杂度为  $O(k) \times O(n^2) = O(kn^2)$ 。对于最小成本插入法,搜索操作为  $O(f)$ ,重新插入  $f$  个客户节点时每个点需检查  $O(kn)$  个可能位置,因此总复杂度为  $O(f) \times O(kn) = O(kn)$ 。

综上分析, HVNS 算法的整体复杂度分析如下:设算法迭代次数为  $P$ ,其中初始解生成阶段复杂度为  $O(kn^2)$ ,主循环包含最小成本插入  $O(kn)$  和局部搜索策略  $O(k^2n^2)$ (由单点插入  $O(kn^2)$ 、两点交换  $O(n^2)$ 、两段交换  $O(k^2n^2)$  和 2-opt 操作  $O(kn^2)$  组成),因此算法总时间复杂度为  $O(kn^2) + P \times [O(kn) + O(k^2n^2)] = O(Pk^2n^2)$ 。

3 实验验证与结果分析

Gurobi 是一款商业的精确算法优化求解器。为验证 HVNS 求解 HEVRPTW 的有效性,设计 3 组对比实验:与求解器 Gurobi 进行精确性对比;与传统遗传算法 (genetic algorithm, GA)<sup>[24]</sup> 进行性能比较;开展算法关键参数的敏感性分析。实验环境配置为:Python 编程实现,硬件平台为 2.60 GHz CPU/8 GB 内存的 Windows10 操作系统。实验数据基于 Solomon 标准数据集改编,在保留原始客户信息和车辆信息的基础上,新增电量约束和充电站位置等电动车特定参数,完整数据集见 <https://gitee.com/keytol/mxh-vrp-gw.git>。

3.1 精确求解器对比验证

通过对比 Gurobi 求解器和 HVNS 算法在不

同规模案例 (C1~C5) 上的求解结果 (表 2), 验证 HEVRPTW 模型的正确性和算法有效性。

表 2 Gurobi 与 HVNS 求解结果对比

Tab. 2 Comparison of Gurobi and HVNS solution results

案例	Gurobi			HVNS		
	时间/s	总需求/元	总距离/km	时间/s	总需求/元	总距离/km
C1	180	410	191.42	20	410	191.42
C2	300	270	308.51	60	270	308.51
C3	5	140	170.22	2	140	170.22
C4	270	210	255.33	30	210	255.33
C5	—	300	—	70	300	284.79

根据表 2 可知: 对于小规模案例 C3, 2 种方法均能在较短时间内求得相同的最优解, 且均满足模型约束条件, 验证了本文模型的正确性; 在求解中小规模案例 (C1~C4) 及大规模案例 (C5) 时, Gurobi 的求解时间显著增加 (C1: 180 s→C4: 270 s), 且在 C5 案例中无法在限定时间内获得可行解; 而 HVNS 算法始终保持高效求解 (C1 仅需 20 s, C4 需 30 s, C5 需 70 s), 在总需求和总距离相同的条件下, HVNS 的求解时间显著优于 Gurobi (C1 与 C4 时间均缩短 88.9%)。特别是在处理 C3 和 C4 时, HVNS 展现出显著的效率优势 (C3 时间减少 60.0%, C4 减少

88.9%)。这些结果在验证模型合理性的同时, 也证明了 HVNS 算法在不同规模问题中的优越性能。

3.2 算法性能对比实验

为评估 HVNS 算法的性能, 设计与遗传算法 (GA) 的对比实验。实验中种群规模统一设置为 30, 2 种算法在不同规模案例上分别独立运行 20 次, 单次运行时间上限为 60 s。表 3 为 2 种算法在行驶距离最优解、最差解、平均值和标准差的对比结果。测试案例包括中等规模 (C201~C208)、大规模 (C101~C108) 和超大规模 (R101~R108)。

表 3 GA 和 HVNS 求解结果对比

Tab. 3 Comparison of GA and HVNS solution results

案例	GA				HVNS			
	最优解/km	最差解/km	平均值/km	标准差	最优解/km	最差解/km	平均值/km	标准差
C101	855.15	956.64	878.54	27.97	<b>830.47</b>	<b>896.64</b>	<b>861.83</b>	<b>23.87</b>
C102	830.47	1 021.34	877.46	33.45	<b>830.47</b>	<b>916.61</b>	<b>860.55</b>	<b>26.27</b>
C103	840.21	1 056.29	890.23	58.12	<b>830.47</b>	<b>1 028.90</b>	<b>880.87</b>	<b>55.39</b>
C104	837.26	1 078.90	906.64	60.34	<b>830.47</b>	<b>1 001.00</b>	<b>887.78</b>	<b>57.32</b>
C105	<b>830.47</b>	1 038.90	887.78	53.34	837.96	<b>992.56</b>	<b>892.83</b>	<b>45.15</b>
C106	837.26	962.45	870.55	38.90	<b>830.47</b>	<b>916.61</b>	<b>859.50</b>	<b>24.55</b>
C107	866.78	<b>916.61</b>	878.12	<b>23.76</b>	<b>830.47</b>	962.45	<b>875.69</b>	39.90
C108	839.18	992.56	878.78	41.23	<b>838.99</b>	<b>916.61</b>	<b>868.32</b>	<b>23.89</b>
C201	679.42	734.67	687.46	16.37	<b>677.22</b>	<b>677.22</b>	<b>677.22</b>	<b>0</b>
C202	680.02	809.45	723.45	33.45	<b>670.45</b>	<b>727.67</b>	<b>684.36</b>	<b>15.37</b>
C203	680.02	720.40	695.33	14.76	<b>670.45</b>	<b>699.35</b>	<b>680.08</b>	<b>5.90</b>
C204	678.85	694.10	686.35	2.96	<b>669.85</b>	<b>694.10</b>	<b>679.65</b>	<b>4.96</b>
C205	<b>677.22</b>	680.23	669.85	1.43	<b>677.22</b>	<b>677.22</b>	<b>677.22</b>	<b>0</b>
C206	669.85	720.40	696.45	15.12	<b>669.85</b>	<b>694.10</b>	<b>679.70</b>	<b>4.95</b>
C207	671.32	<b>700.23</b>	<b>685.56</b>	<b>10.12</b>	<b>669.85</b>	727.67	681.10	12.27
C208	<b>677.22</b>	694.10	687.22	3.96	<b>677.22</b>	<b>677.22</b>	<b>677.22</b>	<b>0</b>

续表

案例	GA				HVNS			
	最优解/km	最差解/km	平均值/km	标准差	最优解/km	最差解/km	平均值/km	标准差
R101	1 756.81	1 908.45	1 830.32	80.43	<b>1 537.89</b>	<b>1 760.01</b>	<b>1 624.02</b>	<b>66.11</b>
R102	1 127.01	1 430.45	1 280.45	136.30	<b>1 095.41</b>	<b>1 299.19</b>	<b>1 197.98</b>	<b>73.73</b>
R103	<b>1 202.16</b>	1 504.34	1 367.56	97.45	<b>1 202.16</b>	<b>1 465.15</b>	<b>1 343.46</b>	<b>87.48</b>
R104	1 258.34	1 436.78	1 298.63	67.56	<b>1 174.37</b>	<b>1 389.17</b>	<b>1 225.18</b>	<b>55.95</b>
R105	1 459.25	1 677.34	1 567.35	67.45	<b>1 406.99</b>	<b>1 653.78</b>	<b>1 546.23</b>	<b>70.26</b>
R106	1 467.37	1 721.08	1 588.90	105.60	<b>1 359.25</b>	<b>1 566.37</b>	<b>1 463.14</b>	<b>58.92</b>
R107	<b>1 178.36</b>	1 467.84	1 298.56	80.34	<b>1 178.36</b>	<b>1 373.22</b>	<b>1 266.95</b>	<b>75.73</b>
R108	1 180.78	1 489.30	1 307.34	83.51	<b>1 178.36</b>	<b>1 409.36</b>	<b>1 280.31</b>	<b>75.99</b>
平均值	949.20	1 100.54	1 005.78	42.40	<b>923.94</b>	<b>1 046.76</b>	<b>973.80</b>	<b>37.66</b>

表3结果显示, HVNS算法在求解 HEVRPTW 问题时优势显著。在24个案例中, HVNS在20个案例(占比83.3%)的各项指标超越GA, 其平均行驶距离(973.80 km)较GA(1 005.78 km)降低3.2%, 最优解提升2.7%, 解稳定性提升11.2%(标准差37.66→42.40)。典型案例如C101中, HVNS的平均解提升2.0%(861.83 km→878.54 km), 解稳定性提升14.7%(标准差23.87→27.97); R101案例中, HVNS的平均解提升11.3%(1 624.02 km→1 830.32 km), 解稳定性提升17.8%(标准差66.11→80.43)。除个别案例如C105(GA最优解优0.9%)、C107和C207(GA标准差稍低)外, HVNS优势明显。这种优势主要源于HVNS采用贪婪策略构建高质量初始解并引入层次聚类机制。

### 3.3 关键参数敏感性分析

为验证 HEVRPTW 的实用性, 基于 Bernabé Dorronsoro 数据集<sup>[25]</sup>中的 E-n101-k8 标准算例开展关键参数敏感性分析。案例配置包含200个客户点、1个配送中心、8辆电动车、5个充电站, 具体数据见 <http://www.bernabe.dorronsoro.es/vrp/>。设置关键参数: 充电速率  $\beta=0.1\sim 0.5$  kW/h, 电池容量  $e=50\sim 300$  kWh, 充电站  $r=1\sim 10$  个, 车辆数量  $k=5\sim 15$  辆, 时间窗宽度=20~180 h。实验结果如图11。

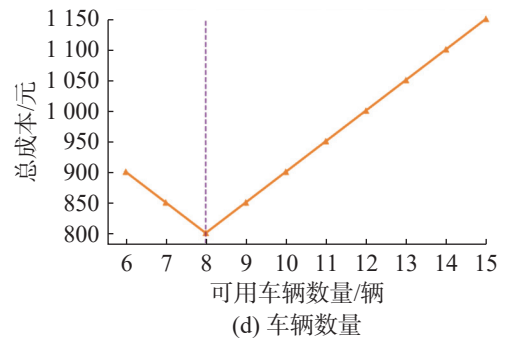
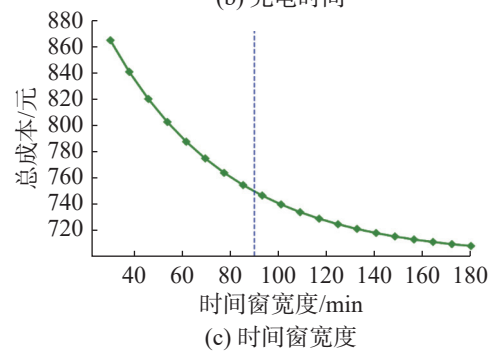
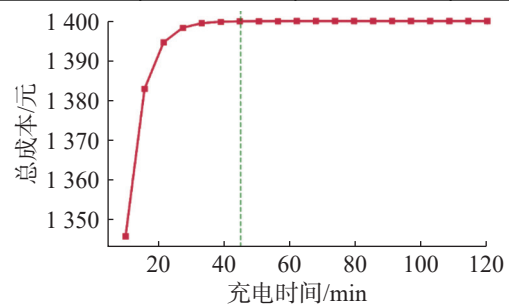
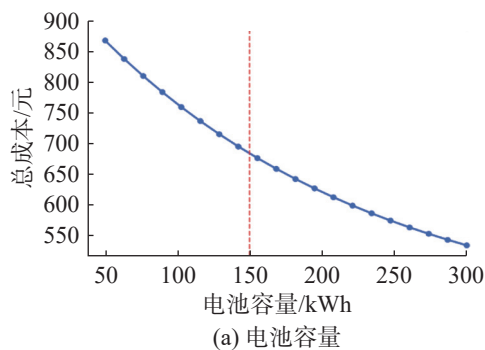


图11 敏感性分析结果

Fig. 11 Results of the sensitivity analysis

图11(a)显示电池容量与运营成本存在显著负相关关系: 容量由150 kWh提升至50 kWh时, 总成本降低13%(900元→780元), 续航里程增加25%; 继续增至200 kWh时成本仅再降7%, 表明150 kWh时达到最佳经济性平衡点, 建议作为标准配置参数。

图11(b)表明充电时间与成本呈非线性关系:

充电时间由 10 min 增至 20 min 时成本上升 7% (1 300 元→1 391 元),但在 45 min 后成本趋于稳定(维持在 1 400 元左右,仅比 20 min 时高 0.6%),说明 45 min 是充电时间的经济性临界点,建议作为标准配置参数。

图 11(c) 显示时间窗宽度与调度成本呈非线性关系:当宽度从 60 min 增至 90 min 时成本降低 5% (790 元→750 元);但超过 90 min 时显著减弱(120 min 时仅再降 2%)。表明 9 min 是调度成本最优的时间窗宽度,建议作为基准配置参数。

图 11(d) 表明车辆数量与物流成本也存在相关性:8 辆车时成本最低(800 元),少于 8 辆或超过 10 辆车时成本均显著上升(10 辆时增至 900 元,增幅 12.5%)。因此,8 辆电动车能最优平衡路线效率和资源利用率,建议作为基准配置参数。

综上所述, HVNS 算法能够有效求解客户多样化需求配送问题,通过采用优化的参数配置(电池容量 150 kWh、充电时间 45 min、时间窗宽度 90 min 和电动车 8 辆),可显著降低运营成本(最大降幅 13%)、提升资源利用率(车辆使用效率提升 12.5%),并优化调度效率(时间窗管理效率提升 5%)。在提升配送服务质量的同时,实现了运营成本与资源的最优配置,验证了 HVNS 算法的实用价值。

## 4 结论

针对带时间窗的多车型电动车辆路径问题,建立以最小化总行驶成本为目标的数学模型,并设计混合变邻域搜索算法(HVNS)进行求解。该算法采用层次聚类预处理客户数据,结合贪婪策略生成初始解;进而集成单点插入、两点交换、两段交换以及 2-opt 等多种局部搜索操作,同时引入充电站局部搜索机制提升搜索效率。与 Gurobi 求解器的对比验证了模型正确性,在不同规模案例中与遗传算法(GA)的比较结果表明, HVNS 在求解质量上较 GA 提升 10%~20%(HVNS 与 GA 的最优平均值分别为 923.94, 949.26),且在收敛性和稳定性(HVNS 与 GA 的标准差平均值分别为 37.66, 44.24)方面优势显著。敏感性分析表明, HVNS 算法能够通过优化关键参数设置有效解决 HEVRPTW 问题,在显著提升配送服务质量的同时实现运营成本与资源的最优配置,充分验证了该算法的实用价值。

本研究针对 HEVRPTW 问题提出了有效方案,但当前模型仅适用于单一场景,未拓展至更具实际意义的多车场模式。后续研究将重点开展多车场

HEVRPTW 的建模与算法优化,以提升模型的实际应用价值,更好地服务现实物流配送场景。

### 参考文献:

- [1] 刘长石,陈慧璇,吴张. 城市物流配送的混合车辆路径规划模型与优化算法[J]. 控制与决策, 2023, 38(3): 759-768.  
LIU C S, CHEN H X, WU Z. Programming model and optimization algorithm for the mixed fleet vehicle routing problem in urban logistics distribution[J]. Control and Decision, 2023, 38(3):759-768.
- [2] 任腾,罗天羽,李姝萱,等. 面向冷链物流配送路径优化的知识型蚁群算法[J]. 控制与决策, 2022, 37(3):545-554.  
REN T, LUO T Y, LI S X, et al. Knowledge based ant colony algorithm for cold chain logistics distribution path optimization[J]. Control and Decision, 2022, 37(3):545-554.
- [3] 王付宇,叶春明,王涛. 城市突发事件下的应急物资配送路径寻优[J]. 安徽工业大学学报(自然科学版), 2016, 33(2):177-184.  
WANG F Y, YE C M, WANG T. Route optimization of emergency material distribution under urban emergency situations[J]. Journal of Anhui University of Technology (Natural Science), 2016, 33(2):177-184.
- [4] 国务院办公厅. 国务院办公厅关于印发新能源汽车产业发展规划(2021—2035年)的通知[EB/OL]. (2020-11-02). [https://www.gov.cn/zhengce/zhengceku/2020-11/02/content\\_5556716.htm](https://www.gov.cn/zhengce/zhengceku/2020-11/02/content_5556716.htm).  
General Office of the State Council. Notice of the General Office of the State Council on Issuing the Development Plan for New Energy Vehicle Industry (2021—2035)[EB/OL]. (2020-11-02). [https://www.gov.cn/zhengce/zhengceku/2020-11/02/content\\_5556716.htm](https://www.gov.cn/zhengce/zhengceku/2020-11/02/content_5556716.htm).
- [5] 郭戈,张振琳. 电动车辆路径优化研究与进展[J]. 控制与决策, 2018, 33(10):1729-1739.  
GUO G, ZHANG Z L. Status and development of electric vehicle routing optimization[J]. Control and Decision, 2018, 33(10):1729-1739.
- [6] KESKIN M, BÜLENT Ç. Partial recharge strategies for the electric vehicle routing problem with time windows[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2016, 65:111-127.
- [7] 程坦,陈鹏,张国伟,等. 部分充电策略下的多车型电动汽车车辆路径优化问题研究[J]. 交通运输工程与信息学报, 2022, 20(2):105-114.  
CHENG T, CHEN P, ZHANG G W, et al. Heterogeneous electric vehicles routing problem under partial charging

- strategy[J]. *Journal of Transportation Engineering and Information*, 2022, 20(2):105–114.
- [8] 李恒杰, 夏强强, 史一炜, 等. 考虑目标充电站选择冲突的电动汽车充电引导策略[J]. *电力自动化设备*, 2022, 42(5):68–74.  
LI H J, XIA Q Q, SHI Y W, et al. Electric vehicle charging guidance strategy considering selection conflict of target charging stations[J]. *Electric Power Automation Equipment*, 2022, 42(5):68–74.
- [9] ALESIANI F, MASLEKAR N. Optimization of charging stops for fleet of electric vehicles: a genetic approach[J]. *IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine*, 2014, 6(3):10–21.
- [10] YANG H M, YANG S P, XU Y, et al. Electric vehicle route optimization considering time-of-use electricity price by learnable partheno-genetic algorithm[J]. *IEEE on Smart Grid*, 2015, 6(2):657–666.
- [11] KUCUKOGLU I, R, CATTRYSSE D. The electric vehicle routing problem and its variations: a literature review[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2021, 161:107650.
- [12] ZHANG B Q, GAO H, SUN P, et al. Path planning for multi-autonomous vehicles based on digital twin technology[J]. *Digital Twin*, 2025, 2(1):2486867.
- [13] HIGA R, KATO T, HO F. Dual-process optimization for multi-vehicle route planning and parts collection sequencing[C]//2024 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Abu Dhabi, United Arab Emirates: IEEE, 2024:8009–8016.
- [14] LIU W L, YU Z J, HUANG Z X, et al. Multi-task ant colony optimization for multi-vehicle path planning[J]. *Memetic Computing*, 2025, 17(2):26.
- [15] DESAULNIERS G, ERRICO F, IRNICH S, et al. Exact algorithms for electric vehicle-routing problems with time windows[J]. *Operations Research*, 2016, 64(6):1388–1405.
- [16] 王琦, 席丹, 钱年发, 等. 不同车型车辆路径问题模型及混合算法[J]. *安徽工业大学学报(自然科学版)*, 2017, 34(2):200–207.  
WANG Q, XI D, QIAN N F, et al. Model and hybrid algorithm for swap-body vehicle routing problem[J]. *Journal of Anhui University of Technology (Natural Science)*, 2017, 34(2):200–207.
- [17] 吴钧皓, 戚远航, 罗浩宇, 等. 带时间窗的车辆路径问题的混合粒子群优化算法[J]. *电子设计工程*, 2024, 32(6):21–26.  
WU J H, QI Y H, LUO H Y, et al. Hybrid particle swarm algorithm for vehicle routing problems with time windows[J]. *Electronic Design Engineering*, 2024, 32(6):21–26.
- [18] QIAO Y, MIAO J J, HUANG X Y. A combined diffusion model and reinforcement learning approach for solving the vehicle routing problem with multiple soft time windows[J]. *IEEE Access*, 2025, 13:113529–113543.
- [19] 郭玉洁, 吕惠颖. 基于离散哈里斯鹰优化算法求解带时间窗车辆路径问题[J]. *信息与电脑*, 2023, 35(16):60–63.  
GUO Y J, LYU H Y. Solving vehicle routing problem with time windows based on discrete Harris hawk optimization algorithm[J]. *Information & Computer*, 2023, 35(16):60–63.
- [20] 刘志硕, 李秋雨, 陈哲. 带硬时间窗的冷链电动车辆路径问题研究[J]. *重庆师范大学学报(自然科学版)*, 2023, 40(1):53–60.  
LIU Z S, LI Q Y, CHEN Z. Research on electric vehicle routing problem with time windows for cold chain[J]. *Journal of Chongqing Normal University (Natural Science)*, 2023, 40(1):53–60.
- [21] 陈荣, 卞东东, 王雯阳. 基于改进蚁群算法的离散制造车间物料配送路径优化[J]. *安徽工业大学学报(自然科学版)*, 2021, 38(4):460–466.  
CHEN R, BIAN D D, WANG W Y. Optimization of material distribution route in discrete manufacturing workshop based on improved ant colony algorithm[J]. *Journal of Anhui University of Technology (Natural Science)*, 2021, 38(4):460–466.
- [22] YANG Y J, FENG T J, LUO C Y, et al. A hybrid ant colony optimization algorithm for drone-based cooperative EV routing problem with simultaneously delivery and pickup[J/OL]. *Annals of Operations Research*, (2025–08–14). <https://link.springer.com/article/10.1007/s10479-025-06581-0>.
- [23] 郭方明, 孟祥虎, 唐静, 等. 多商品分批次取送货的异构绿色车辆路径问题研究[J]. *安徽工业大学学报(自然科学版)*, 2025, 42(2):159–168.  
GUO F M, MENG X H, TANG J, et al. Research on multi-commodity heterogeneous green vehicle routing problem with split pickup and delivery[J]. *Journal of Anhui University of Technology (Natural Science)*, 2025, 42(2):159–168.
- [24] 李进, 王凤, 杨沈宇. 换电模式下电动车货运路径优化模型与算法[J]. *计算机应用*, 2021, 41(6):1792–1798.  
LI J, WANG F, YANG S Y. Freight routing optimization model and algorithm of battery-swapping electric vehicle[J]. *Journal of Computer Applications*, 2021, 41(6):1792–1798.
- [25] ANUAR W K, LEE L S, PICKL S. Benchmark dataset for multi depot vehicle routing problem with road capacity and damage road consideration for humanitarian operation in critical supply delivery[J]. *Data in Brief*, 2022, 41:107901.